

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**ЗАДАЧА**

**ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ  
ГАДОЛИНИЯ ВБЛИЗИ ТЕМПЕРАТУРЫ КЮРИ**

**СПЕЦПРАКТИКУМ КАФЕДРЫ МАГНЕТИЗМА**

**МОСКВА 2017**

Составители: снс Грановский С.А.,  
профессор Перов Н.С.,  
снс Шапаева Т.Б.

## Исследование магнитной восприимчивости гадолиния вблизи температуры Кюри.

В задаче исследуется температурная зависимость магнитной восприимчивости поликристаллического гадолиния вблизи температуры Кюри. Охлаждение и нагрев образца в температурном диапазоне  $-10^{\circ}\text{C} < T < 50^{\circ}\text{C}$  осуществляется при помощи элемента Пельтье. Непосредственно измеряется зависимость индуктивности катушки с образцом от температуры. По результатам измерений определяются температура Кюри и эффективный магнитный момент образца.

### Введение

Распределение электромагнитного поля в среде и его связь с зарядами и токами определяются при помощи уравнений Максвелла. Запишем эти уравнения в системах единиц СИ и СГС.

СИ

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

СГС

$$\operatorname{div} \vec{D} = 4\pi\rho$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Целью магнитных измерений является определение материальных констант в этих уравнениях. Соответствующие уравнения записываются

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad \vec{B} = \mu \vec{H} = \vec{H} + 4\pi \vec{M}$$

Магнитной восприимчивостью  $\chi$  вещества называется отношение намагниченности к напряженности намагничивающего поля.

$$\chi = \frac{\partial M}{\partial H} \quad (\text{т.о. } \chi^{SI} = 4\pi \chi^{SGS} )$$

Различают объемную и молярную магнитную восприимчивости, то есть восприимчивость единицы объема вещества или восприимчивость одного моля вещества. Удельной магнитной восприимчивостью называют восприимчивость единицы массы вещества.

Магнитная восприимчивость может быть как положительной, так и отрицательной. Вещества с отрицательной магнитной восприимчивостью называются диамагнетиками – их намагниченность по направлению противоположна приложенному магнитному полю. Величина магнитной восприимчивости диамагнетиков мала и составляет порядка  $(10^{-4} \dots 10^{-8})$ . Восприимчивость диамагнетиков при нормальных условиях практически не зависит от температуры и поля.

Из веществ с отрицательной магнитной восприимчивостью в особый класс выделяются сверхпроводники – сверхпроводник вытесняет из себя магнитное поле и, таким образом, для этих веществ  $\chi = -1$ . При переходе сверхпроводника в «нормальное» (т.е. проводящее) состояние при увеличении поля или температуры  $\chi$  меняется скачкообразно. Это свойство можно использовать для одновременной калибровки как температуры, так и чувствительности магнитометров.

Диамагнетизм свойственен всем веществам, однако, в большинстве случаев диамагнетизм перекрывается более сильным парамагнитным

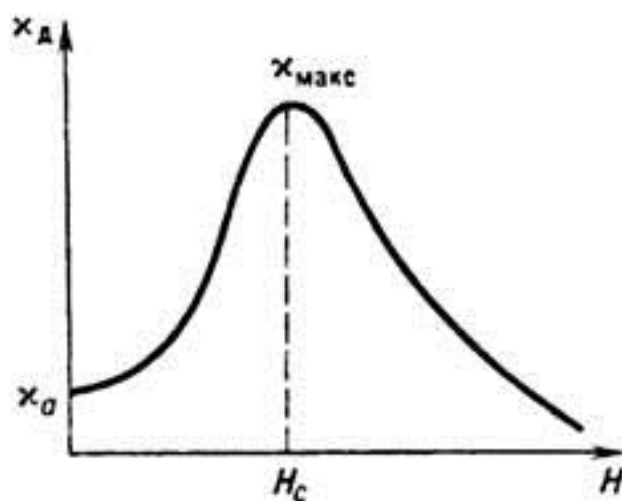
эффектом. Парамагнетик намагничивается по направлению поля, его восприимчивость положительна и для разных веществ лежит в диапазоне от  $10^{-6}$  до  $10^{-3}$ . Различают два типа температурной зависимости восприимчивости парамагнетиков. В случае равенства нулю полного углового момента иона  $J$  основное состояние невырождено. В этом случае говорят о парамагнетизме Ван Флека, при котором магнитная восприимчивость не зависит от температуры. Не обнаруживает температурной зависимости и восприимчивость электронов проводимости (парамагнетизм Паули).

В случае  $J \neq 0$  восприимчивость вещества обратно пропорциональна температуре. Эта зависимость называется законом Кюри

$$\chi = \frac{C}{T} = \frac{N p^2 \mu_B^2}{3kT}$$

здесь  $C$  – постоянная Кюри,  $N$  – количество атомов в единице объема,  $k$  – константа Больцмана,  $p\mu_B$  – эффективный магнитный момент атома.

Вещество, обладающее самопроизвольным магнитным моментом, называют ферромагнетиком. Магнитная восприимчивость ферромагнетиков имеет порядок  $+10^2..10^6$ , а также сложным образом зависит от намагничивающего поля и от температуры. Выделяют начальную магнитную восприимчивость  $\chi_0$ . С увеличением поля восприимчивость ферромагнетика сначала растет, достигая в некотором поле значения  $\chi_{\text{макс}}$ , а затем вновь уменьшается. Эта зависимость называется кривой Столетова (рис. 1), она обусловлена различными механизмами намагничивания ферромагнетика.



**Рис.1.** Кривая Столетова – зависимость восприимчивости ферромагнетика от приложенного магнитного поля.

По мере увеличения температуры начальная магнитная восприимчивость, как правило, увеличивается и при приближении к температуре Кюри достигает максимума (эффект Гопкинсона). Этот эффект качественно объясняется тем, что тепловое движение облегчает поворот намагниченности магнитных доменов во внешнем поле. Выше температуры Кюри ферромагнитное упорядочение исчезает, а вещество становится парамагнетиком. Таким образом, на зависимости восприимчивости от температуры в точке Кюри наблюдается максимум, а затем восприимчивость падает обратно пропорционально температуре. Температура максимума носит название температуры Кюри (может не совпадать по величине с константой в законе Кюри-Вейсса). Аналогичную температурную зависимость восприимчивости имеют и другие материалы, обладающие скомпенсированными или частично скомпенсированными магнитными моментами – антиферромагнетики и ферримагнетики. Для них справедливы законы Нееля и Кюри-Вейсса.

$$\chi = \frac{C}{T + \theta}$$

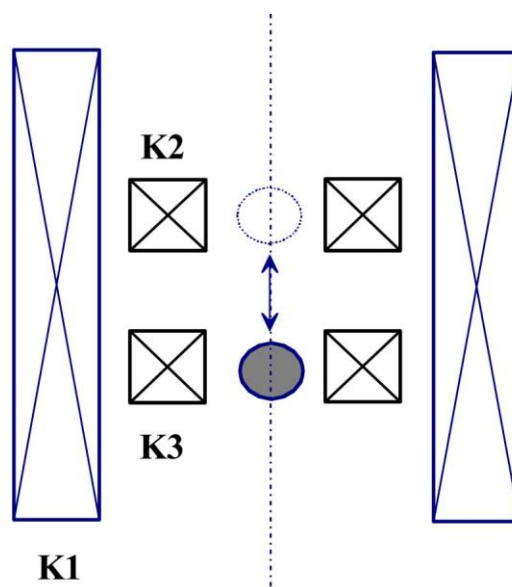
$$\chi = \frac{C}{T - T_c}$$

## **Экспериментальное исследование магнитной восприимчивости.**

Существует множество методов исследования магнитной восприимчивости. Остановимся только на тех из них, которые чаще всего используются в современных экспериментальных установках.

### **Индукционный метод с последовательными приемными катушками.**

Магнитометр состоит из первичной катушки К1, пары приемных катушек К2, К3 и шагового двигателя. Катушка К1 подключена к генератору переменного тока с частотой  $f$  порядка 1-20 кГц, внутри нее при прохождении электрического тока возникает переменное магнитное поле. Катушки К2 и К3 помещены в область наибольшей однородности этого поля, их размеры и число витков совпадают. В отсутствии образца в обеих катушках индуцируется с некоей точностью равное переменное напряжение с частотой  $f$ , пропорциональное частоте, напряженности магнитного поля, площади сечения и числу витков в катушках. Если подключить приемные катушки последовательно и «навстречу» друг другу, то индуцированные напряжения почти полностью компенсируют друг друга. Напряжение, регистрируемое на выходе такой схемы называется напряжением раскомпенсации  $U_{\text{раск}}$ , оно имеет частоту  $f$  и тем меньше, чем лучше подобраны катушки, чем выше однородность поля и чем меньше температурные градиенты в измерительной системе.



**Рис.2.** Схема измерения восприимчивости индукционным методом с последовательным расположением приемных катушек.

Если поместить в одну из катушек исследуемый образец, то измеряемое напряжение будет равно

$$U_{K2} = U_{\text{раск}} + U_{\text{сигн}K2}$$

Если при помощи шагового двигателя переместить образец из приемной катушки K2 в катушку K3, то измеряемое напряжение будет равно

$$U_{K3} = U_{\text{раск}} - U_{\text{сигн}K3}$$

Напряжения  $U_{\text{сигн}K2}$  и  $U_{\text{сигн}K3}$  по модулю примерно равны друг другу, они пропорциональны отношению объемов образца и катушки (т.н. «фактор заполнения»), частоте  $f$  и восприимчивости образца. Разность сигналов  $U_{K2}$  и  $U_{K3}$  не зависит от напряжения раскомпенсации и используется для получения информации о восприимчивости образца.



## **Индукционный метод со вставными приемными катушками.**

Данная схема применяется, в основном, для измерений в импульсных магнитных полях. Первичная катушка К1 в этом случае подключена к батарее конденсаторов. Когда батарея разряжается через катушку, в последней на короткий промежуток времени (0.01...1с) возникает сверхсильное магнитное поле. Приемные катушки К2 и К3 расположены друг в друге и также намотаны «навстречу». Если выполнено условие

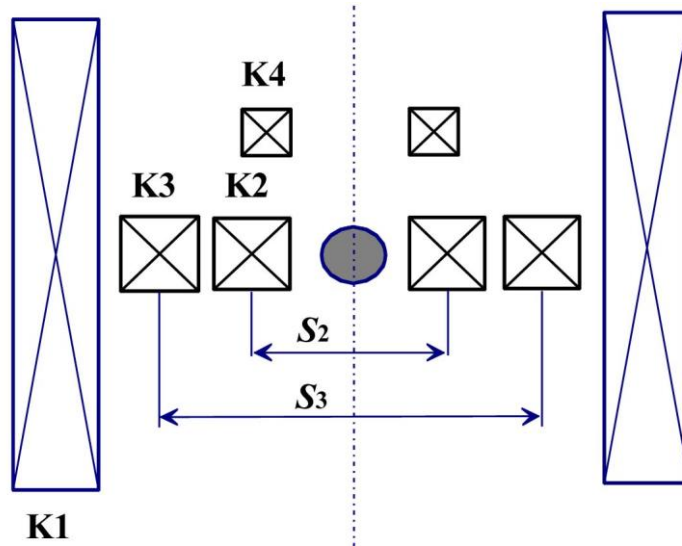
$$N_2 S_2 = N_3 S_3, \quad (N\text{-число витков, } S \text{-сечение катушки})$$

то такая система катушек будет также скомпенсированной в отсутствие образца. Если же в систему катушек помещен образец, то, по причине различного «фактора заполнения» катушек, компенсация нарушится. Регистрируемый сигнал пропорционален восприимчивости образца. Сигнал дополнительной катушки К4 содержит информацию о скорости изменения магнитного поля в каждый момент времени и позволяет вычислить текущее значение поля, он подключен ко второму каналу высокоскоростного регистратора. Анализируя оба сигнала, получают зависимость  $\chi(H)$ .

## **Определение восприимчивости по измеренной индуктивности одной катушки**

Индуктивность катушки с образцом пропорциональна магнитной проницаемости сердечника и коэффициенту заполнения катушки сердечником. Катушка с образцом подключена в данном случае к измерителю индуктивности или к мостовой схеме переменного тока. По сравнению с двумя предыдущими, данный метод менее точен, однако, он

находит применение в случаях, когда измерительная система должна быть миниатюризирована (к примеру, эксперименты при сверхнизких температурах или под давлением).



**Рис.3.** Схема измерения восприимчивости индукционным методом со вставными приемными катушками.

Рассчитаем зависимость между измеряемой индуктивностью  $L$  катушки и восприимчивостью образца, занимающего некий объем  $V_0$  в этой катушке. Будем считать внутренний объем катушки  $V_K$  цилиндрическим с сечением  $S_K$  и длиной  $l_K$ . Образец также будем считать цилиндром с сечением  $S_0$  и длиной  $l_0$ . Магнитный поток через такую катушку можно представить как сумму потоков, проходящих через образец и не проходящих через него. В первом случае индукция равна (в системе СГС)

$$B_0 = (1 + \chi)H.$$

Считая восприимчивость воздуха и каркаса катушки много меньшей восприимчивости образца, индукция в остальном объеме равна  $B_0 = H$ . Суммарный магнитный поток равен в этом случае

$$\Phi = N \frac{l_o}{l_K} [B_o (S_K - S_o) + B_o (1 + \chi) S_o] + N \left(1 - \frac{l_o}{l_K}\right) B_o S_o$$

Слагаемые в этой формуле соответствуют потокам через сечения А, В и С (рис.4), соответственно, не занятое образцом, сечение образца и оставшееся пространство внутри катушки. Из этой формулы выводим

$$\Phi = N B_o \left[ \frac{l_o}{l_K} S_o \chi + S_K \right]$$

По определению, связь между индуктивностью и потоком

$$\Phi = L I$$

Здесь  $I$  – ток в катушке. Если образец в катушке отсутствует, то поток равен

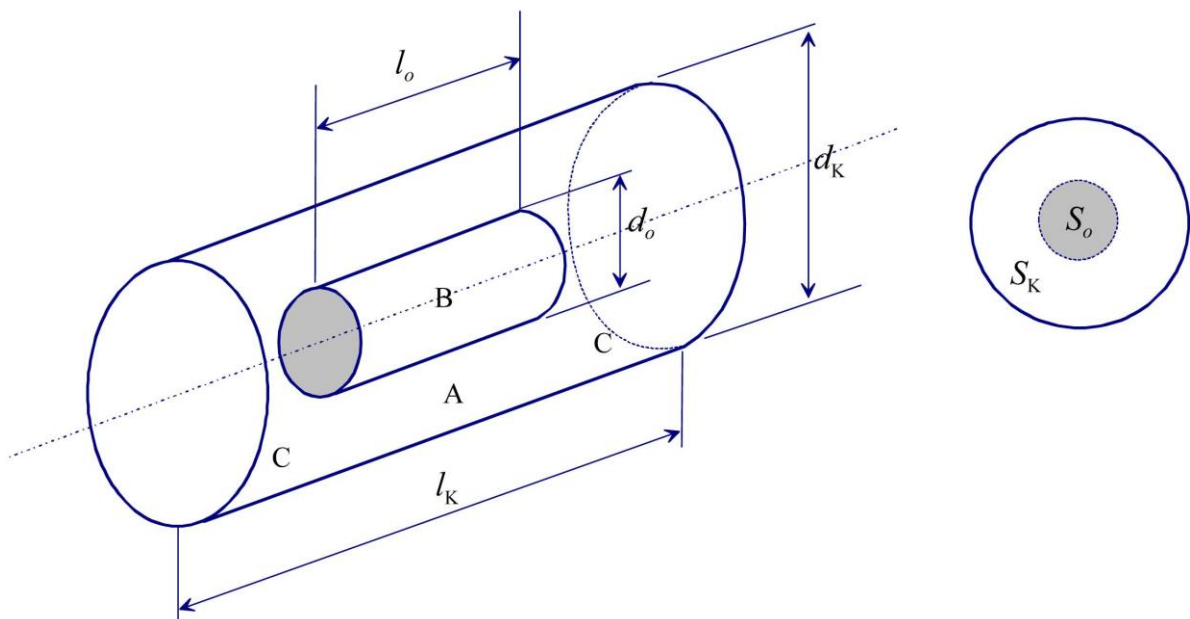
$$\Phi = N B_o S_K = L_0 I$$

где  $L_0$  – индуктивность катушки без образца. Таким образом, получим формулу для индуктивности катушки с образцом

$$L = \frac{L_0}{S_K} \left[ \frac{l_o}{l_K} S_o \chi + S_K \right]$$

и связь между восприимчивостью и отношением индуктивностей, сечений  $S$  диаметров  $d$  и объемов  $V$  катушки и образца

$$\chi = \frac{l_K S_K}{l_o S_o} \left[ \frac{L}{L_0} - 1 \right] = \frac{l_K d_K^2}{l_o d_o^2} \left[ \frac{L}{L_0} - 1 \right] = \frac{V_K}{V_o} \left[ \frac{L}{L_0} - 1 \right]$$



**Рис.4.** К расчету зависимости между восприимчивостью сердечника и индуктивностью катушки.

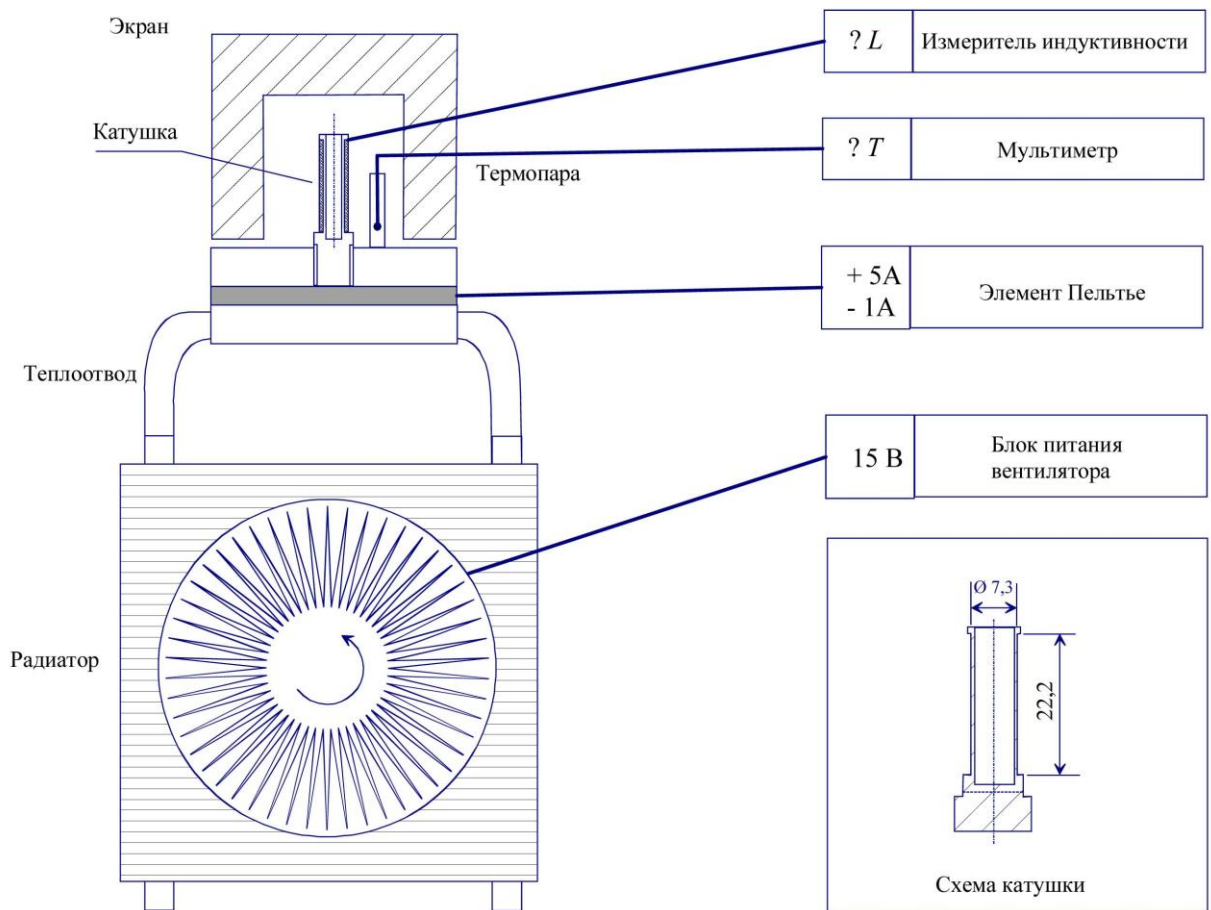
#### **Описание экспериментальной установки.**

При помощи элемента Пельтье осуществляется охлаждение или нагрев объекта, находящегося в хорошем термическом контакте с этим элементом. Минимальная температура, до которой можно охладить объект зависит от окружающей температуры и от потерь на нагрев объекта, которые, в свою очередь, зависят от его массы, площади поверхности и теплопроводности материала. В задаче применен элемент Пельтье, допускающий охлаждение измерительной системы примерно на 35 градусов от комнатной температуры.

В зависимости от направления тока через элемент Пельтье одна из его поверхностей охлаждается, вторая – нагревается. Верхняя плата используется для охлаждения / нагрева измерительной катушки, нижняя – для отвода тепла / холода через теплоотвод, радиатор и вентилятор.

**Внимание! Категорически запрещается подавать любой ток на элемент Пельтье при неработающем вентиляторе! При работе в режиме нагрева не превышать разницу температур поверхностей  $\Delta T = 35$  градусов.**

Каркас измерительной катушки изготовлен из латуни и представляет единое целое с верхней пластиной элемента Пельтье. Для уменьшения влияния вихревых токов на измерение индуктивности стенки каркаса имеют минимальную толщину и разрезаны на 4 части. Образец (поликристаллический гадолиний) имеет цилиндрическую форму и может вставляться внутрь каркаса в качестве сердечника. На верхней пластине также установлен латунный цилиндр с термопарой. Термопара подключена к мультиметру, который показывает, таким образом, температуру каркаса и образца. Катушка подключена к измерителю индуктивности, работающему на частоте 1кГц. Напряжение, подаваемое на вентилятор, постоянно и составляет 15 В. Элемент Пельтье подключен к источнику тока, полярность подключения можно поменять, переключив контакты на источнике. Максимальный ток в режиме охлаждения – 5А, в режиме нагрева – минус 1А.



**Рис.5.** Схема экспериментальной установки. Чертеж катушки.

### Порядок выполнения задачи.

1. Включить блоки питания вентилятора и элемента Пельтье, измеритель индуктивности и мультиметр.
2. Записать в рабочую тетрадь комнатную температуру  $T_K$ , измеренную мультиметром. Определить диапазон измерений и максимальную температуру  $T_{\max}$  в режиме нагрева.

$$T_{\max} = T_K + 35^\circ$$

3. Измерить индуктивность катушки без образца  $L_0$  при комнатной температуре и записать ее в рабочую тетрадь.
4. Измерить диаметр  $d_0$  и длину  $l_0$  образца. Для расчетов использовать диаметр  $d_K$  и длину  $l_K$  катушки, приведенные на чертеже рис.5.

5. Вставить образец в измерительную катушку.
6. Закрыть пластиковый экран.
7. Проверить полярность подключения блока питания элемента Пельтье. В режиме «охлаждение» красный провод должен быть подсоединен к красной клемме блока, черный – к синей.
8. Установить на блоке питания ток 5А. При этом температура, измеряемая мультиметром, начнет понижаться.
9. По достижении минимальной температуры  $T_{\min}$

$$T_{\min} \sim T_{\text{К}} - 35^{\circ}$$

ждать дополнительно 1-2 минуты для достижения температурного равновесия.

10. В рабочей тетради создать таблицу следующего образца

$T, ^{\circ}\text{C}$	$I, \text{A}$	$L, \text{mH}$
$T_{\min}$		
....		
....		
$T_{\text{К}}$		
....		
....		
$T_{\max}$		

Для удобства измерений в левый столбец записать температуры от  $T_{\min}$  до  $T_{\max}$  через 1 градус.

11. Измерить индуктивность при  $T_{\min}$ , записать ее в таблицу.

12. Понизить ток через элемент Пельтье до 3А. При этом температура начнет медленно повышаться. Фиксировать значения  $L$  через каждый градус.
13. Изменяя ток через элемент Пельтье добиться плавного нагрева измерительной системы. Рекомендуемая скорость нагрева – приблизительно 2 градуса в минуту. Рекомендуемые токи через элемент:  
5А.....3А.....2А.....1А.....0.5А.....0.3А.....0.1А.....0А
14. При достижении температуры  $T_{к-2}^{\circ}$  (ток при этом должен быть равен нулю) поменять полярность тока элемента Пельтье. Таким образом, элемент переводится в режим нагрева верхней поверхности и охлаждения нижней.
15. Продолжить измерения в режиме нагрева приблизительно с той же скоростью 2 градуса в минуту. Рекомендуемые токи через элемент в этом режиме:  
-0.2А.....-0.5А.....-1А
16. При достижении температуры  $T_{max}$  и после проведения измерения индуктивности **немедленно** снизить ток через элемент до нуля.
17. Дождаться охлаждения элемента до комнатной температуры.
18. Перевести элемент в режим «охлаждение», повторно поменяв полярность клемм.
19. Выключить приборы.



**К отчету о задаче представить следующие данные:**

1. График зависимости измеренной индуктивности от температуры  $L(T)$ .
2. График зависимости восприимчивости гадолиния от температуры  $\chi(T)$ .
3. По полученным данным определить температуру Кюри гадолиния (используя интерполяцию данных с помощью закона Кюри-Вейсса). Сравнить ее с литературными данными.
4. Определить область температур с парамагнитным состоянием образца. В этой области аппроксимировать  $1 / \chi(T)$  линейно. Из этой зависимости вычислить эффективный магнитный момент гадолиния. Сравнить его с литературными данными.